

Optisches Praktikum, Aufgabe 1:

**Experimentieren mit Linsen und Strahlengängen**

**1. Ziel der Aufgabe**

- Vertiefung der Kenntnisse über die Abbildungsgesetze der Optik
- Anwendung der Listingschen Konstruktion
- Experimentelle Überprüfung der Abbildungsgesetze

**2. Grundlagen**

2.1 Grundpunkte

Die Abbildungseigenschaften optischer Systeme sind im Gültigkeitsbereich der Gauss-Optik mit Hilfe der sogenannten Grundpunkte sehr einfach formulierbar. Wenn es um die Zuordnung von Lagen und Größen von Objekt und Bild zueinander geht, kann bei Kenntnis der Grundpunkte auf die Angabe der Konstruktionsdaten eines optischen Systems im einzelnen verzichtet werden. Hier werden die Abbildungseigenschaften in anschaulicher Form beschrieben:

Zunächst wird ein axialer Objektpunkt in unendlich großer Entfernung vom optischen System betrachtet. Das zugehörige Strahlenbündel verläuft objektseitig achsparallel. Der zugehörige Bildpunkt wird *bildseitiger Brennpunkt  $F'$*  genannt (siehe Bild 1b).

Wird andererseits ein solcher axialer Objektpunkt aufgesucht, bei dem das bildseitige Strahlenbündel achsparallel verläuft und somit der Bildpunkt im Unendlichen liegt, handelt es sich um den *objektseitigen Brennpunkt  $F$*  (Bild 1a).

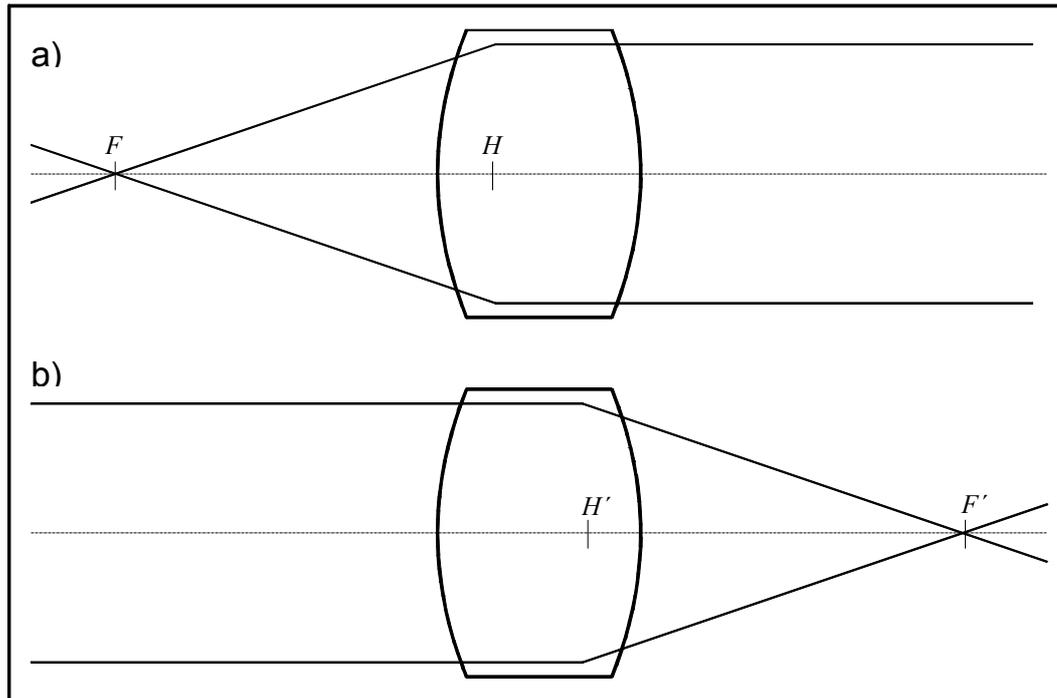


Bild 1: Grundpunkte eines optischen Systems:  
 a) objektseitiger Brennpunkt  $F$  und Hauptpunkt  $H$ .  
 b) bildseitiger Hauptpunkt  $H'$  und Brennpunkt  $F'$

Neben den Brennpunkten  $F$  und  $F'$  werden die *Hauptpunkte*  $H$  und  $H'$  als Grundpunkte aufgefaßt (siehe Bild 1). Die Hauptpunkte sind dadurch definiert, daß sie mit dem lateralen Abbildungsmaßstab  $\beta = +1$  ineinander abgebildet werden. Für den lateralen Abbildungsmaßstab  $\beta$  gilt allgemein:

$$\beta = \frac{l'}{l} \quad = \text{Bildgröße} / \text{Objektgröße.}$$

Die achsensenkrechten Ebenen durch die Brenn- beziehungsweise Hauptpunkte werden als Brenn- beziehungsweise Hauptebenen bezeichnet.

## 2.2 Listingsche Konstruktion

Bei Kenntnis der Grundpunkte – jeweils relativ zum betrachteten optischen System – ist zu einem nach Lage und Größe gegebenen Objekt das zugehörige, konjugierte Bild nach Lage und Größe sowohl berechenbar wie auch zeichnerisch bestimmbar. Die zeichnerische Ermittlung wird *Listingsche Konstruktion* genannt.

Diese Konstruktion wird mit drei Konstruktionslinien durchgeführt, wobei die dritte lediglich zur Kontrolle dient. Die Konstruktionslinien entsprechen theoretisch möglichen Strahlenverläufen im Objekt- und Bildraum, jedoch nicht innerhalb des opti-

schen Systems. Es handelt sich bei den Konstruktionslinien nicht notwendig um Strahlen, weil durch Blenden oder durch beschränkte Linsendurchmesser nur ausgewählte Strahlenbündel zur realen Abbildung beitragen (siehe auch Bild 4). Die Listingsche Konstruktion ist durchführbar, weil die optische Abbildung als Strahlenvereinigung aufgefaßt werden kann, die speziell im Bereich der Gauss-Optik fehlerfrei ist, so daß einem Objektpunkt eindeutig ein Bildpunkt zugeordnet ist. Wegen der Einheitlichkeit und Übersichtlichkeit wird vereinbart, daß die Lichtausbreitung von links nach rechts erfolge.

### 2.3 Beschreibung der Listingsche Konstruktion

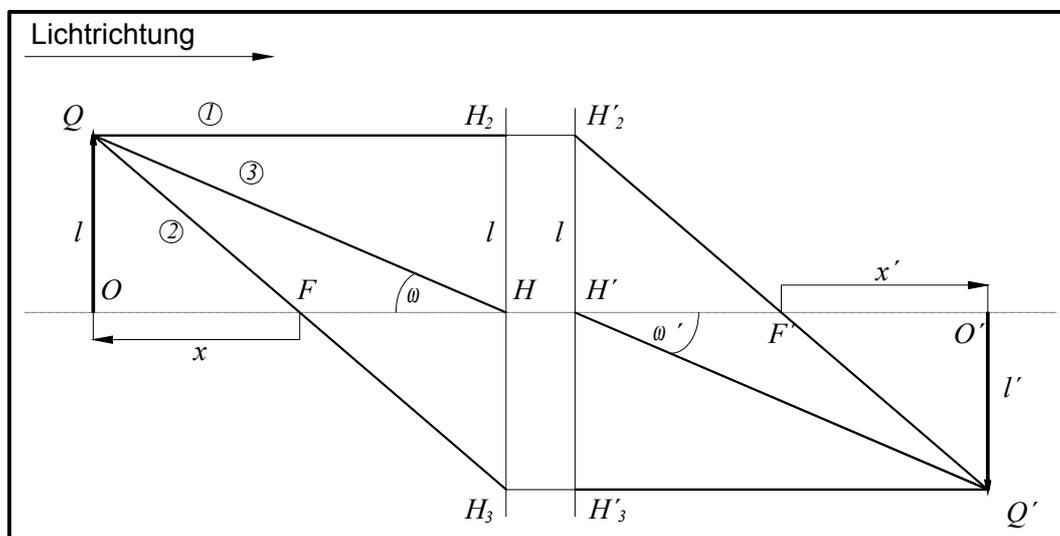


Bild 2: Bei Kenntnis der Grundpunkte ist mit Hilfe der Listingsche Konstruktion das konjugierte Bild  $l'$  eines nach Lage und Größe gegebenen Objektes  $l$  bestimmbar

Gegeben sei ein optisches System durch die Angabe der Brenn- und Hauptpunkte. Für ein Objekt, gegeben nach Lage und Größe, soll das konjugierte Bild graphisch bestimmt werden (siehe Bild 2).

Dazu wird eine *erste* Konstruktionslinie verwendet, die durch den Objektpunkt  $Q$  im Abstand  $l$  zur optischen Achse im Objektraum achsparallel verläuft. Sie durchstößt die Hauptebene durch  $H$  ebenfalls im Abstand  $l$  und muß auch die Hauptebene durch  $H'$  im Abstand  $l$  durchstoßen, weil die Hauptebenen mit dem Abbildungsmaßstab  $\beta = +1$  ineinander abgebildet werden. Der objektseitig achsparallele Strahl ist im Bildraum dadurch bestimmt, daß er durch die Punkte  $H_2'$  und  $F'$  verläuft. Eine *zweite* Konstruktionslinie wird im Objektraum durch den Objektpunkt  $Q$  und den objektseitigen Brennpunkt  $F$  bestimmt. Diese Konstruktionslinie schneidet die objektseitige Hauptebene in  $H_3$ . Die bildseitige Hauptebene wird in  $H_3'$  wiederum wegen  $\beta = +1$  im gleichen Abstand von der optischen Achse getroffen. Die

Konstruktionslinie muß bildseitig achsparallel verlaufen, weil sie objektseitig durch den Brennpunkt  $F$  gelegt worden ist.

Beide Konstruktionslinien schneiden sich im Bildraum in dem Bildpunkt  $Q'$ . Der in axialer Richtung gemessene Abstand  $x'$  vom Brennpunkt  $F'$  kennzeichnet die Bildlage. Der Abstand  $l'$  zwischen der optischen Achse und  $Q'$  gibt die Bildgröße an. Zusätzlich zu den zwei genannten Konstruktionslinien ist eine *dritte* nutzbar, die oft zu Kontrollzwecken dient. Es handelt sich um die Benutzung der Eigenschaft der Knotenpunkte, die bei den hier interessierenden optischen Systemen in Luft mit den Hauptpunkten zusammenfallen und mit der Winkelvergrößerung  $\gamma = \omega' / \omega = +1$  ineinander abgebildet werden. Bei der Listingschen Konstruktion werden die Knotenpunkte genutzt, indem eine dritte Konstruktionslinie durch den Objektpunkt  $Q$  und den Hauptpunkt  $H$  festgelegt wird, die mit der optischen Achse den Winkel  $\omega$  einschließt. Bildseitig muß diese Konstruktionslinie durch den Hauptpunkt  $H'$  verlaufen und gegen die optische Achse den Winkel  $\omega' = \omega$  aufweisen. Sie verläuft außerdem durch den Bildpunkt  $Q'$  und erfüllt damit die Kontrollfunktion.

## 2.4 Newtonsche Abbildungsgleichungen

So wie mit der Listingschen Konstruktion Bildlagen und -größen zeichnerisch ermittelt werden können, können auch die gleichwertigen *Newtonschen Abbildungsgleichungen* zur rechnerischen Bestimmung angewendet werden. Zu deren Verständnis ist noch zu ergänzen, daß die Abstände  $FH$  und  $H'F'$  gleich der *Brennweite*  $f$  des betrachteten Systems sind. Die Brennweite ist die wichtigste Grundgröße eines optischen Systems; für deren eigentliche Definition siehe jedoch die Vorlesung beziehungsweise Aufgabe 2.

Die Newtonschen Abbildungsgleichungen lauten:

$$x x' = -f^2 \quad \text{und} \quad \beta = \frac{l'}{l} = \frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

mit  $x = FO$  : Abstand des Objektpunktes vom objektseitigen Brennpunkt,  
 $x' = F'O'$  : Abstand des Bildpunktes vom bildseitigen Brennpunkt,  
 $f = HF$  : objektseitige Brennweite und  
 $f' = H'F'$  : bildseitige Brennweite.

Die Gültigkeit dieser Gleichungen ist anschaulich auch aus den bei der Listingschen Konstruktion auftretenden ähnlichen Dreiecken abzulesen (siehe Bild 2).

## 2.5 Ermittlung des bildseitigen Strahlenverlaufs eines beliebig zur optischen Achse geneigten Lichtstrahls

Neben der Bestimmung von Bildlage und -größe bei vorgegebenem Objekt ist mit der Listingschen Konstruktion auch die Ermittlung des bildseitigen Strahlenverlaufs eines beliebig zur optischen Achse geneigten Lichtstrahls möglich - natürlich nur im Rahmen der Gaussischen Optik.

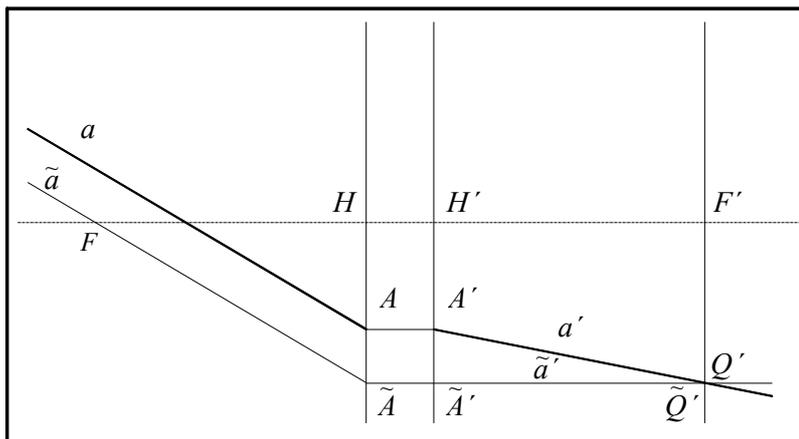


Bild 3: Ermittlung des bildseitigen Strahlenverlaufs eines beliebig zur optischen Achse geneigten Lichtstrahls

Gegeben sei ein optisches System durch Angabe seiner Haupt- und Brennpunkte, sowie der „Lichtstrahl“  $a$ , der im Punkt  $A$  die Hauptebene durch  $H$  durchstößt (siehe Bild 3). Gesucht ist der bildseitige Weg von  $a$ , ausgehend vom Punkt  $A'$ . Dazu wird parallel zu  $a$  eine Hilfslinie  $\tilde{a}$  durch den Brennpunkt  $F$  gezeichnet. Diese trifft im Punkt  $\tilde{A}$  auf die Hauptebene durch  $H$  und verläuft dann bildseitig parallel zur optischen Achse, weil sie objektseitig durch den Brennpunkt  $F$  ging. Diese neue Konstruktionslinie  $\tilde{a}'$  durchsetzt die Brennebene durch  $F'$  im Punkt  $\tilde{Q}'$ . Da  $a$  und  $\tilde{a}$  objektseitig parallel sind und somit zum selben, in unendlicher Entfernung gelegenen Objektpunkt  $Q$  gehören, müssen sie in der Brennebene einen gemeinsamen Schnittpunkt haben. Dies ist der Bildpunkt  $\tilde{Q}'$ . Der weitere Verlauf von  $a$  nach der Brechung kann damit sofort angegeben werden. Der Strahl  $a'$  geht durch  $A'$  und durch  $Q' = \tilde{Q}'$ .

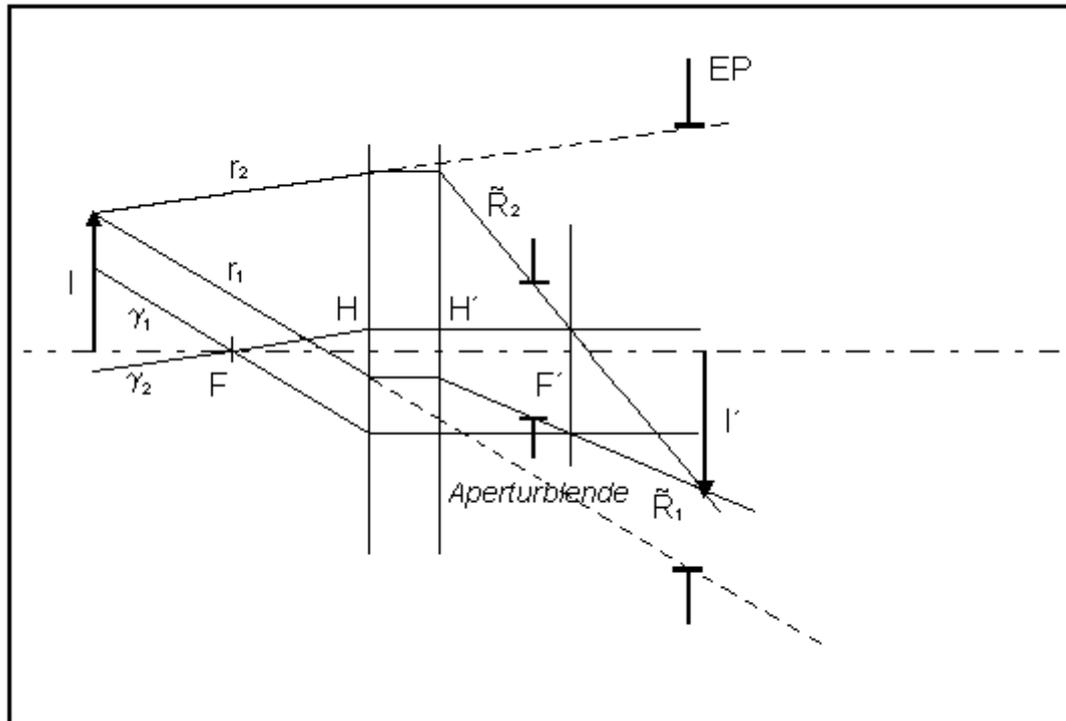


Bild 4: Ermittlung von Haupt- und Randstrahlen durch ein optisches System mit Hilfe der Listing'schen Konstruktion

Dieses Verfahren ist besonders nützlich, wenn der Weg von Hauptstrahlen oder Randstrahlen durch ein optisches System graphisch verfolgt werden soll (siehe dazu Bild 4).

## 2.6 Positive und negative Brennweiten

Die Brennweite eines optischen Systems kann positiv, negativ oder unendlich sein. Systeme positiver Brennweite machen bei der Abbildung aus dem von einem Objektpunkt ausgehenden divergenten Strahlenbüschel ein weniger divergentes. Systeme negativer Brennweite verstärken die Divergenz des Strahlenbüschels bei der Abbildung (siehe Bild 5). Afokale Systeme, das heißt solche mit der Brennweite Unendlich, sind gesondert zu diskutieren (siehe dazu die Vorlesung und Aufgabe 4).

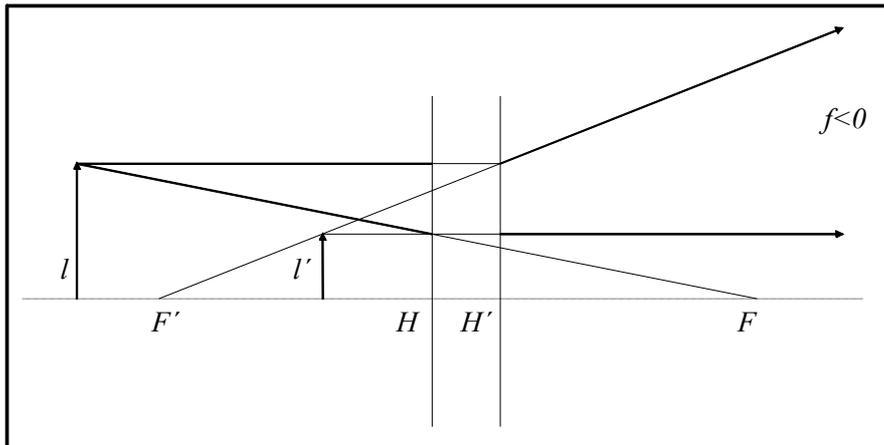


Bild 5: Abbildung eines Objektes  $l$  durch ein System mit negativer Brennweite:  
Die Divergenz des vom Objektpunkt ausgehenden Strahlenbüschels wird ver stärkt.

## 2.6 Reelle / virtuelle Bilder und Objekte

Bildpunkte werden *reell* genannt, wenn sie im Bildraum zu auffangbaren Bildern beitragen; andernfalls heißen die Bildpunkte *virtuell*. Ebenso sind Objekte nicht immer reell, das heißt nicht im zugänglichen Objektraum gelegen; es handelt sich dann um sogenannte virtuelle Objekte.

Virtuelle Abbildungen stellen durchaus keinen Sonderfall dar. Bei realen optischen Systemen mit mehreren brechenden und / oder reflektierenden Flächen wechseln sich im allgemeinen reelle und virtuelle Abbildungen ab. Das gilt auch, wenn die eigentliche Aufgabe darin besteht, ein reelles Objekt in ein reelles Bild mit Hilfe des gesamten optischen Systems abzubilden.

## 3. Aufgaben

3.1 Mit Hilfe der Listingschen Konstruktion soll für ein optisches System positiver Brennweite und eines negativer Brennweite zu unterschiedlich gelegenen Objekten jeweils die zugehörigen Bilder nach Lage und Größe bestimmt werden (siehe Vorlagen 1 und 2), ebenso für ein System aus zwei Linsen positiver Brennweite (siehe Vorlage 3).

3.2 Für ein optisches System mit gegebener Aperturblende (siehe Vorlage 4) soll man den realisierbaren Strahlengang in Objekt- und Bildraum für die Objektpunkte  $O$  und  $Q$  zeichnen und den Strahlengang mit den Konstruktionslinien vergleichen.

- 3.3 Für welche Objektlagen sind reelle Bildlagen mit einer Negativlinse ( $f < 0$ ) erreichbar? Für welche Objektlagen erzeugt eine Positivlinse ( $f > 0$ ) virtuelle Bildpunkte?
- 3.4 Versuchen Sie, die zeichnerisch beziehungsweise rechnerisch gewonnenen Ergebnisse bei einem Zweilinsensystem beispielsweise nach Vorlage 3 im Experiment nachzuvollziehen und zu bestätigen.
- 

### Literatur

1. J. Flügge: **Leitfaden der geometrischen Optik und des Optikrechnens**  
Vanderhoek & Ruprecht, Göttingen 1956
2. G. Schröder: **Technische Optik**  
Vogel Verlag, Würzburg 1986
3. H. Slevogt: **Technische Optik**  
Sammlung Göschen, Bd. 9002  
Walter de Gruyter, Berlin 1974
4. DIN 1335: **Technische Strahlenoptik in der Photographie**

